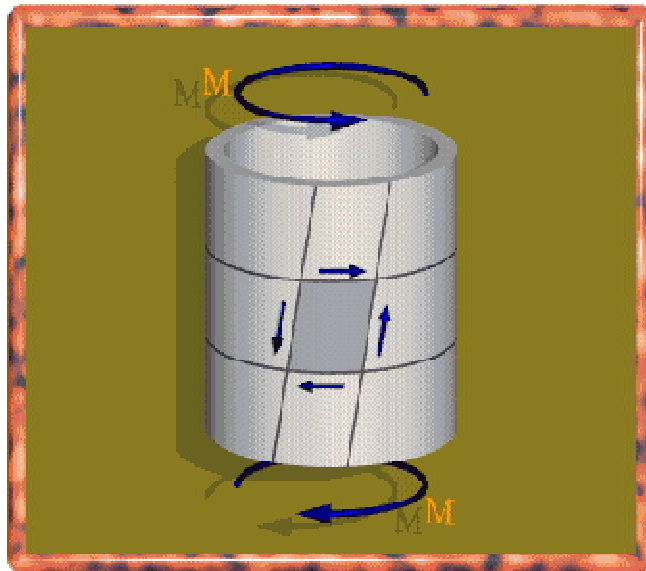


## 7 БҰРАЛУ

### 7.1 Бұраушы момент туралы түсінік

Бойлық өске перпендикуляр, қима жазықтықтарында жатқан айналдырушы моменттердің (қос күштердің) әсерінен және әсер ету сызығы ауырлық центрі арқылы өтпейтін күштердің әсерінен стерженьдер бұралу деформациясына ұшырайды. Машиналарды айналдыру моменттерін бір бөлшектен екінші бөлшекке жеткізуге арналған бұл стерженьдер **біліктер** деп аталады.

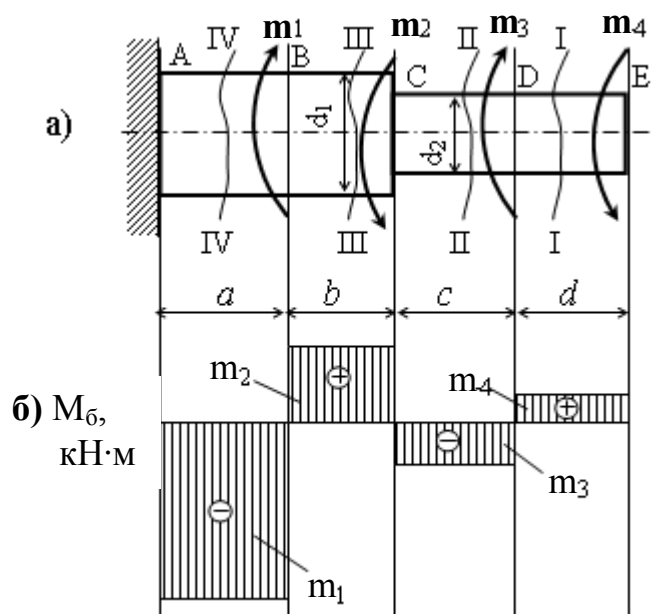
Бұралу деформациясын практикада жиі кездестіруге болады. Мысалы, машиналардың жетекші дөңгелектері отырғызылған осьтерде, беріліс қорабындағы біліктерде, кеңістіктегі конструкциялық элементтерде т.б. Бұралып деформацияланған элементтің көлденең қималарында бұраушы моменттен басқа ішкі күш факторлары пайда болмайды (7.1-сурет).



7.1-сурет

Біліктердің көлденең қималарындағы ішкі бұраушы моменттер қима әдісімен анықталады. Кез келген қимадағы бұраушы момент қиманың бір жағында жатқан сыртқы айналдырушы моменттердің алгебралық қосындысына тең.

Егер айналдырушы момент қалған бөлікті, қима жағынан қарағанда сағат тілі бағытына қарсы айналдырса, онда қимадағы бұраушы момент оң, ал сағат тілі бағыты бойымен айналдырса – теріс таңбалы деп саналады. Бұл жерде таңбалар ережелер шартты түрде қабылданған. Өйткені біліктерді беріктікке немесе қатаңдыққа есептегенде қимада пайда болатын бұраушы моменттердің таңбалары ескерілмей, ең үлкен абсолют шамасы ғана ескеріледі. Мысалы, бұраушы моменттің анықтамасы мен таңбалары туралы ережелерге сүйене отырып, берілген біліктің бұраушы моменттерінің эпюрін тұрғызайық (7.2-сурет).



7.2-сурет

Ол үшін білікті аралықтарға бөліп қималар әдісін қолданамыз (7.2,а-сурет):

I-I қимасы  $M_{б1}=m_4$ ;

II-II қимасы  $M_{б2} = m_4 - m_3$ ;

III-III қимасы  $M_{б3}=m_4 - m_3 + m_2$ ;

IV-IV қимасы  $M_{б4}=m_4 - m_3 + m_2 - m_1$ .

Анықталған шамалар бойынша бұралу моменттерінің эпюрін саламыз (7.2,б-сурет).

Біліктерді есептеу кезінде N қуат кВт немесе ат күші мен  $\omega$  бұрыштық жылдамдық (рад/сек), n (айн/мин) берілсе, онда шкивке берілетін момент келесі формуламен есептеледі

$$M_{бұр} = \frac{N}{\omega}, \quad \text{мұндағы} \quad \omega = \frac{\pi n}{30}. \quad (7.1)$$

## 7.2 Кернеу мен деформация

Жоғарыда айтылғандай бұраушы момент қима ауданында жатады, олай болса қимада жанама кернеу пайда болады. Осы жанама кернеу мен пайда болатын деформация мөлшерін анықтауда төменгі болжамдарға сүйенуіміз керек.

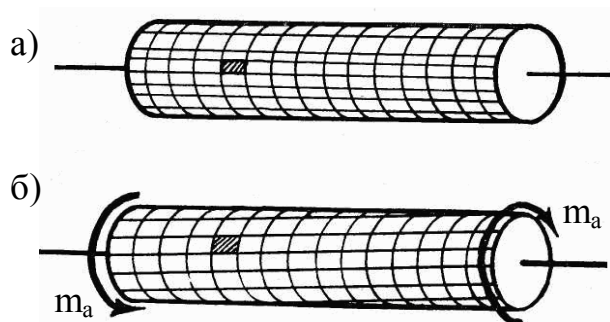
1. Біліктің көлденең қимасы деформация (бұралу) кезінде жазық күйінде қалып, айналу өсіне перпендикуляр болады (Бернулли болжамы).

2. Деформациялану кезінде біліктердің көлденең қималарының өзара қашықтығы өзгермейді.

3. Деформация кезінде сырықтың көлденең қимасының радиусы

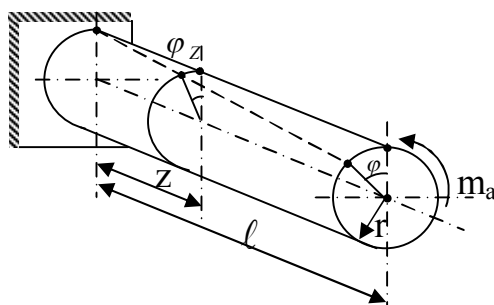
майыспайды, яғни бұру кезінде түзу қалпында қалады.

Осы болжамдардың дұрыстығына 7.3-суретте көз жеткізуге болады. 7.3,а-суретте сырықтың резина түріндегі үлгісі алынып, оның бетіне көлденең және бойлық түзулер немесе тор жүргізілген, ал 7.3,б-суретте айналдырушы моменттердің әсерінен көлденең сызықтардың өзара қашықтығы өзгермейтіні және майыспайтыны көрсетілген.



7.3-сурет

Енді бір шеті бекітілген және бос ұшына бұраушы момент орналасқан сырықты алып қарастырайық (7.4-сурет).

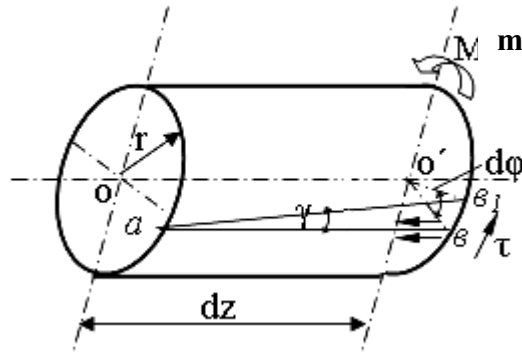


7.4-сурет

Сырықтың деформациясы кезінде оның көлденең қималары оның бекітілген ұшындағы қимаға байланысты белгілі бір шамадағы бұрышқа бұрылады. Осы бұрылу бұрышы сырықтың бекітілген ұшынан алыс болған сайын оның шамасы да үлкен болады. Негізінде, кез келген қиманың бұрылу бұрышы сырықтың бір бөлігіндегі бұралу бұрышына тең болады.

Сондықтан, қиманың ұшындағы  $\varphi$  бұрышы сырықтың **толық бұралу бұрышы** болып табылады.

Енді 7.5-суретте көрсетілген біліктен ұзындығы  $dz$ -ке тең бір бөлігін алып,  $m$  бұраушы моментін түсірген болсақ, онда  $av$  түзу сызығы бұрынғы қалпынан  $\gamma$  бұрышына ығысып,  $av'$  жағдайына келеді.



7.5-сурет

Осыған сәйкес  $r=\rho$  радиусы да  $d\varphi$  бұрышына бұрылады, осыдан пайда болған бұралу деформация шамасын төмендегідей анықтауға болады

$$\frac{\varepsilon\varepsilon'}{dz} = \operatorname{tg}\gamma \approx \gamma; \quad \frac{\varepsilon\varepsilon'}{\rho} = \operatorname{tgd}\varphi \approx d\varphi,$$

бұдан

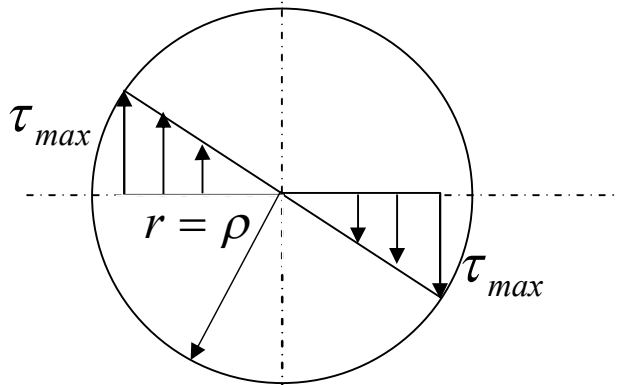
$$\varepsilon\varepsilon' = \gamma \cdot dz, \quad \varepsilon\varepsilon' = \rho \cdot d\varphi.$$

Осыған орай  $\gamma = \rho \frac{d\varphi}{dz}$ .

Ығысу деформациясындағы Гук заңы бойынша

$$\tau = \gamma \cdot G = \rho \cdot G \frac{d\varphi}{dz}. \quad (7.2)$$

Осы формула арқылы дөңгелек қиманың кез келген нүктесі үшін жанама кернеу шамасын анықтауға болады және кернеу шамасы нүкте центрден алыстаған сайын өсе түседі; өсу түзу сызық заңымен өзгереді (7.6-сурет).



7.6-сурет

Бұралу момент деп брустың көлденең қимасында әсер ететін ішкі жанама кернеулердің әсерлесу моментін айтады, яғни

$$M_{\phi} = \int_A \tau \rho dA = \int_A G \rho^2 \frac{d\phi}{dz} dA = G \frac{d\phi}{dz} \int_A \rho^2 dA. \quad (7.3)$$

Интеграл астындағы өрнек қима ауданының полярлық инерция моменті, сондықтан

$$M_{\phi} = GJ_{\rho} \frac{d\phi}{dz} \quad (7.4)$$

немесе

$$\frac{d\phi}{dz} = \frac{M_{\phi}}{GJ_{\rho}}. \quad (7.5)$$

Енді кернеу шамасын анықтайық

$$\tau = \rho \cdot G \frac{d\phi}{dz} = \rho \cdot G \frac{M_{\phi}}{GJ_{\rho}} = \frac{M_{\phi}}{J_{\rho}} \rho. \quad (7.6)$$

Кернеудің ең үлкен мәні  $\rho = r$  болғанда

$$\tau = \frac{M_{\phi} \cdot r}{J_{\rho}} = \frac{M_{\phi}}{W_{\rho}} \quad (7.7)$$

мұндағы  $W_{\rho} = \frac{J_{\rho}}{r}$  - полярлық кедергі моменті немесе бұралуға қарсыласу моменті деп аталады. Өлшем бірлігі [ұзындығы]<sup>3</sup> немесе  $m^3, cm^3, mm^3$ .

Бұралу деформациясының шамасын (7.5) өрнегінен табуға болады

$$d\phi = \frac{M_{\phi} \cdot dz}{G \cdot J_{\rho}} \quad \text{немесе} \quad \phi = \int_0^x \frac{M_{\phi}}{G \cdot J_{\rho}} dz. \quad (7.8)$$

$M_{\phi}$  – бұралу моменті мен  $GJ_{\rho}$  - біліктің қатаңдығы, интегралдау аралығында тұрақты болса

$$\phi = \frac{M_{\phi}}{G \cdot J_{\rho}} z. \quad (7.9)$$

Бірлік аралыққа сәйкес бұралу бұрышы салыстырмалы бұралу бұрышы деп аталады

$$\theta = \frac{\varphi}{\ell} = \frac{M_{\sigma}}{GJ_{\rho}}. \quad (7.10)$$

Біліктің қатаңдығын қамтамасыздандыру үшін келесі шарт орындалуы тиіс

$$\theta = \frac{M_{\sigma}}{GJ_{\rho}} \leq [\theta].$$

Мұндағы  $[\theta]$  - салыстырмалы мүмкіндік бұралу бұрышы, біліктің қызметі мен өлшемдеріне байланысты қабылданады. «Машина жасау анықтамасында» орта өлшемді біліктер үшін 1м аралықтағы  $[\theta] = 0,5^{\circ}$ .

Статикалық анықталмайтын есептерді шешу үшін көлденең қимасының бұралу бұрышы жалпы жағдайда мына формуламен есептелінеді

$$\varphi = \sum \int_{\ell_i} \frac{M_{\sigma} dz}{GJ_{\rho}}.$$

$\sum$  белгісі әрбір бөлігінің интегралын есептеп, содан кейін нәтижесін жинақтау керектігін білдіреді. 0 –ден  $\ell$ -ге дейін шекте интегралдағанда

$$\varphi = \frac{M_{\sigma} \ell}{GJ_{\rho}}.$$

**Біліктерді беріктікке есептеу.** Біліктің беріктік шарты бойынша қауіпті қимадағы ең үлкен жанама кернеу мүмкін жанама кернеуден аспауы талап етіледі:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{\sigma}}{W_{\rho}} \leq [\tau].$$

Қойылған мақсатына қарай беріктікке есептеу үш түрін ажыратады:

1. Біліктің беріктігін тексеру:  $\tau_{\max} \leq [\tau]$ .

2. Көлденең қима өлшемдерін анықтау (жобалау есебі):  $W_{\rho} \geq \frac{M_{\sigma}}{[\tau]}$ .

3. Мүмкін бұраушы момент анықтау:  $[M_{\sigma}] = W_{\rho} [\tau]$ .

**Бақылау сұрақтары**

1. Деформацияның қандай түрі бұралу деп аталады?
2. Шкив арқылы берілетін момент, қуат және бұрыштық жылдамдық арқылы қалай анықталады?
3. Бұралу моментінің таңбасы қалай анықталады?
4. Толық және салыстырмалы бұралу бұрыштары деген не?
5. Дөңгелек қималы біліктің бұралуында қолданылатын болжамдар.
6. Дөңгелек қималы біліктің көлденең қималарында қандай кернеулер пайда болады?
7. Дөңгелек қималы білік бұралғанда әрбір нүктедегі кернеулі күйдің түрі қандай?
8. Бұралудағы қиманың қатаңдығы?
9. Полярлық инерция моментінің өрнегін жазыңыз?
10. Полярлық кедергі моменті деген не, оның өлшем бірлігі.
11. Сақиналы қиманың полярлық инерция моментінің өрнегін жазыңыз.
12. Сақиналы қиманың полярлық кедергі моментінің өрнегін жазыңыз.
13. Бұралғанда, біліктің сақиналы қимасы дөңгелек қимаға қарағанда не себепті тиімді?
14. Дөңгелек қималы біліктің қандай ауданшаларында экстремальді кернеулер пайда болады?
15. Морт материалдардан жасалған білік бұралғанда қалай қирайды?
16. Біліктің бұралу деформациясындағы потенциалдық энергия неге тең?
17. Бұралған білік үшін беріктік шартты жазыңыз.
18. Бұралған білік үшін қатаңдық шартты жазыңыз.
19. Қимасы дөңгелек емес білеу бұралғанда көлденең қималары жазық күйде қала ма?
20. Қандай жүйелер статикалық анықталмаған?
21. Статикалық анықталмаған есептерге мысалдар келтіріңіз.